Grupo: *Plasmas astrofísicos*

Integrantes: **Dra. Andrea Costa;**
Dr. Matias Schneiter;
Dra. Mariana Cécere;
Lic. Carolina Villareal;
Valeria Sieyra;
Lic. Ernesto Zurbriggen

OAC
Observatorio Astronómico de Córdoba

Instituto de Astronomía Teórica y Experimental (IATE)

IATE
CONICET
UNC

Función distribución de pares condicional para distribuciones de Poisson: solución exacta y resultados numéricos

Lic. Ernesto Zurbriggen & Dr. René Rohrmann

Rohrmann & Zurbriggen (2012) PhysRev E $\rightarrow$ analítico

Zurbriggen & Rohrmann (*en preparación*) $\rightarrow$ numérico

Introducción:

- Método de partición del espacio (Rohrmann 2005). Modelo mecánico-estadístico para atmósferas de enanas blancas.
- Función distribución de pares condicional.
- Derivación analítica exacta.
- Resultados numéricos.

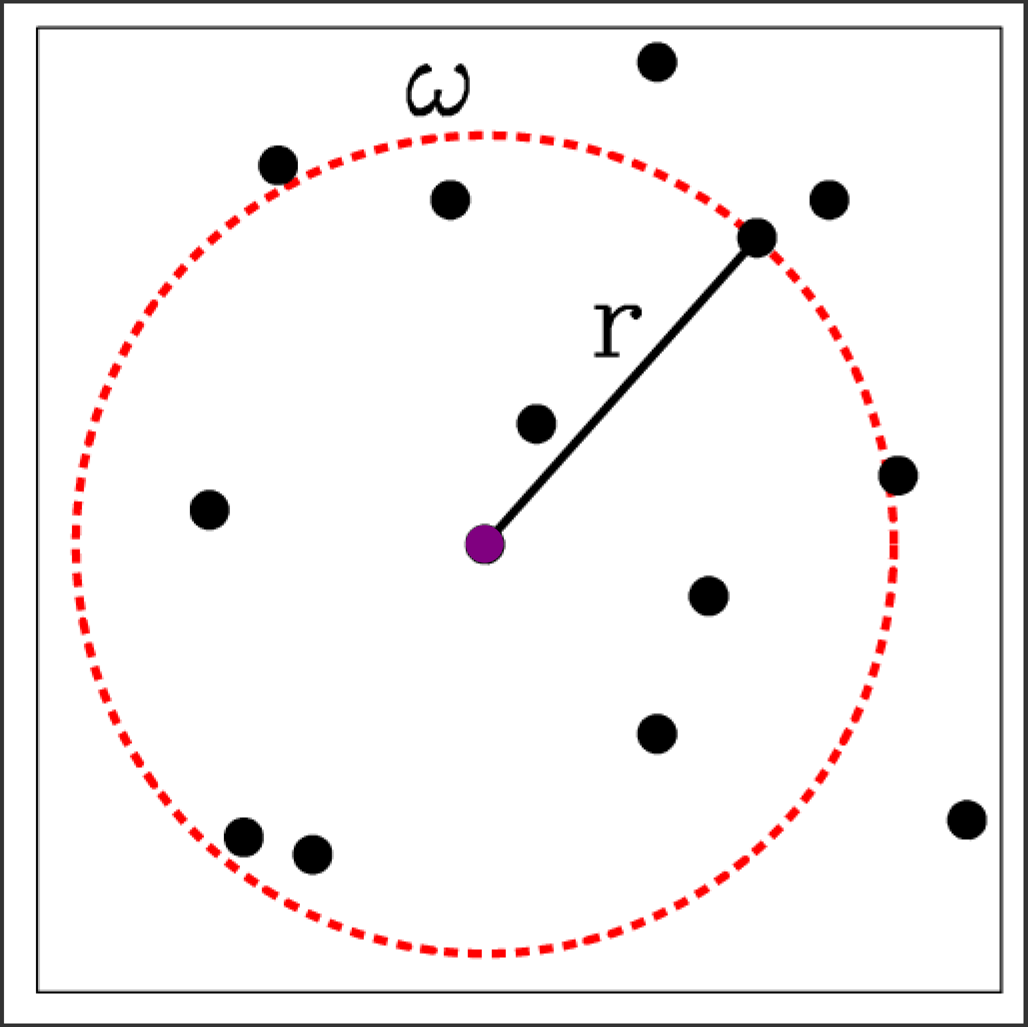
Consideramos…

- Una distribución de $\boldsymbol{N}$ objetos puntuales idénticos en un espacio de volumen $\boldsymbol{V}$ y dimensión $\boldsymbol{D}$ en el límite termodinámico, es decir, tal que $\boldsymbol{N} \rightarrow \infty$ y $\boldsymbol{V} \rightarrow \infty$ con ***n=N/V=constante***.

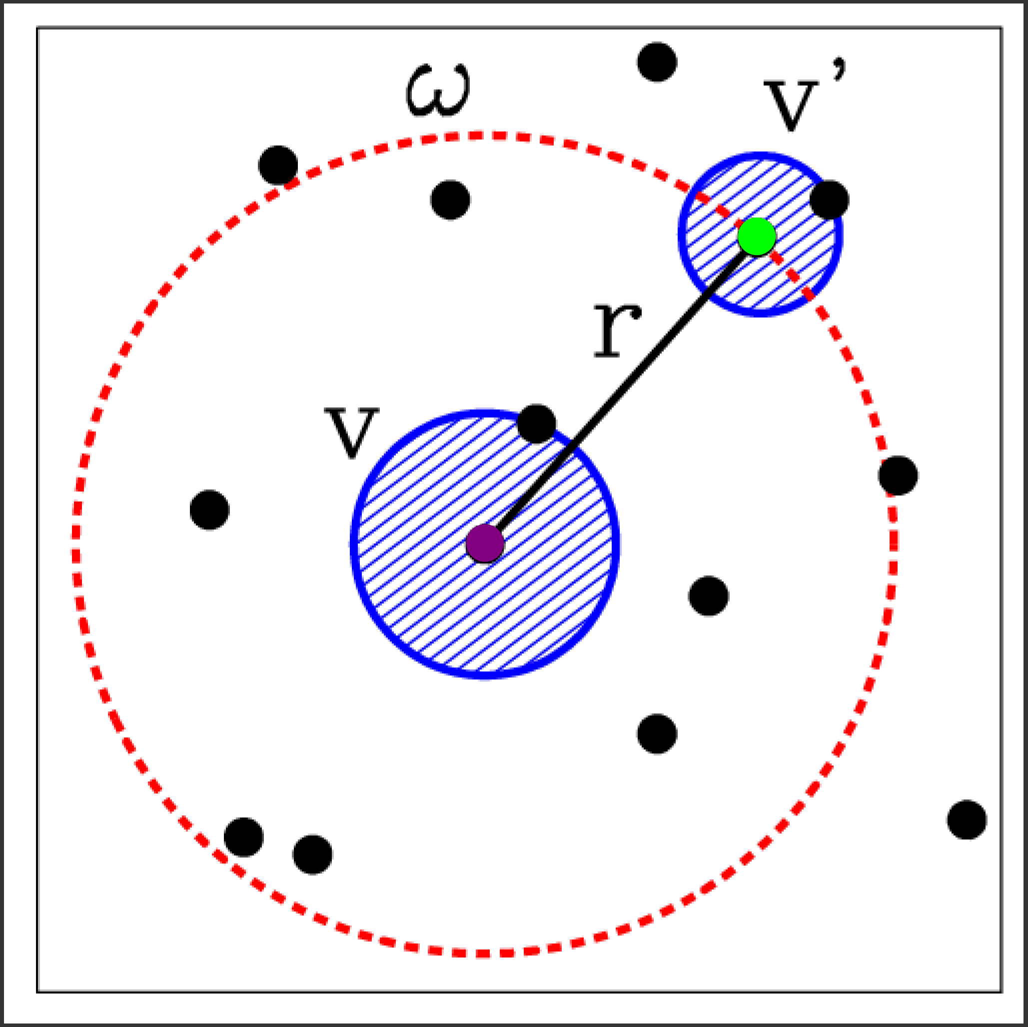
- Cada objeto tiene asociado un parámetro $\boldsymbol{v}$ llamado ***volumen disponible***, que da una idea de la proximidad de su vecino más cercano.

- Postulamos las existencia de la función distribución de volúmenes disponibles $\boldsymbol{n_v}$, tal que $\boldsymbol{n_v\, dv}$ =densidad de objetos con volúmenes disponibles $\boldsymbol{v \,\epsilon\, (v, v+dv)}$.

Función de distribución de pares: $g(\omega)$



Función de distribución de pares condicional: $g_{vv'}(\omega)$



Relaciones entre funciones distribuciones de pares:

$$g(\omega) = \frac{1}{n^2} \iint_0^V n_v n_{v'} \, g_{vv'}(\omega) dv dv'$$

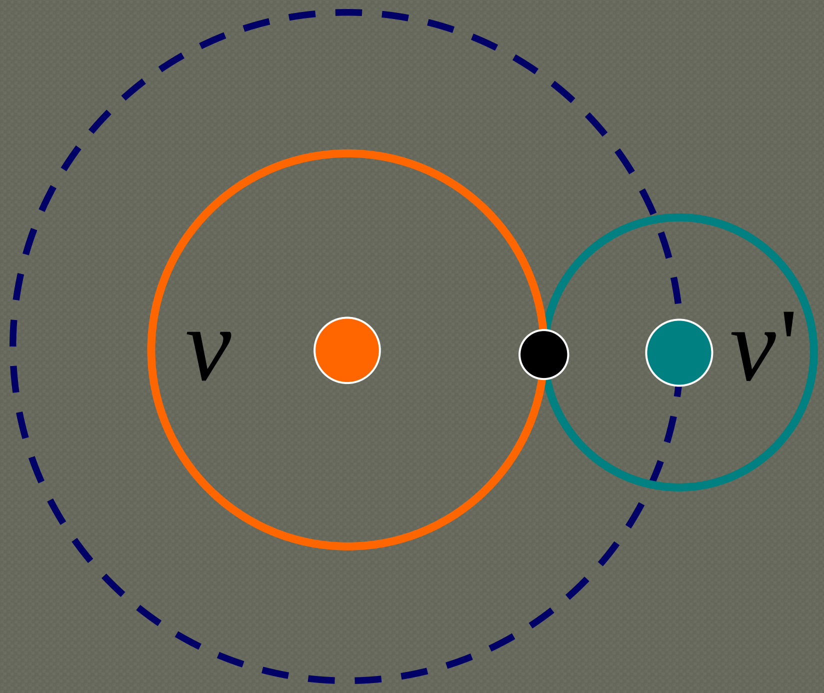
- ✓ **Si conozco** $g_{vv'}(\omega)$ → **puedo obtener** $g(\omega)$.

Clases de vecinos

- Hay cuatro clases independientes de vecinos.
- Las clases son excluyentes y exhaustivas.

$$g_{vv'}(\omega) = g_{vv'}^{(i)}(\omega) + g_{vv'}^{(ii)}(\omega) + g_{vv'}^{(iii)}(\omega) + g_{vv'}^{(iv)}(\omega)$$

Notación: $\boldsymbol{v_+ = max\{v, v'\}}$

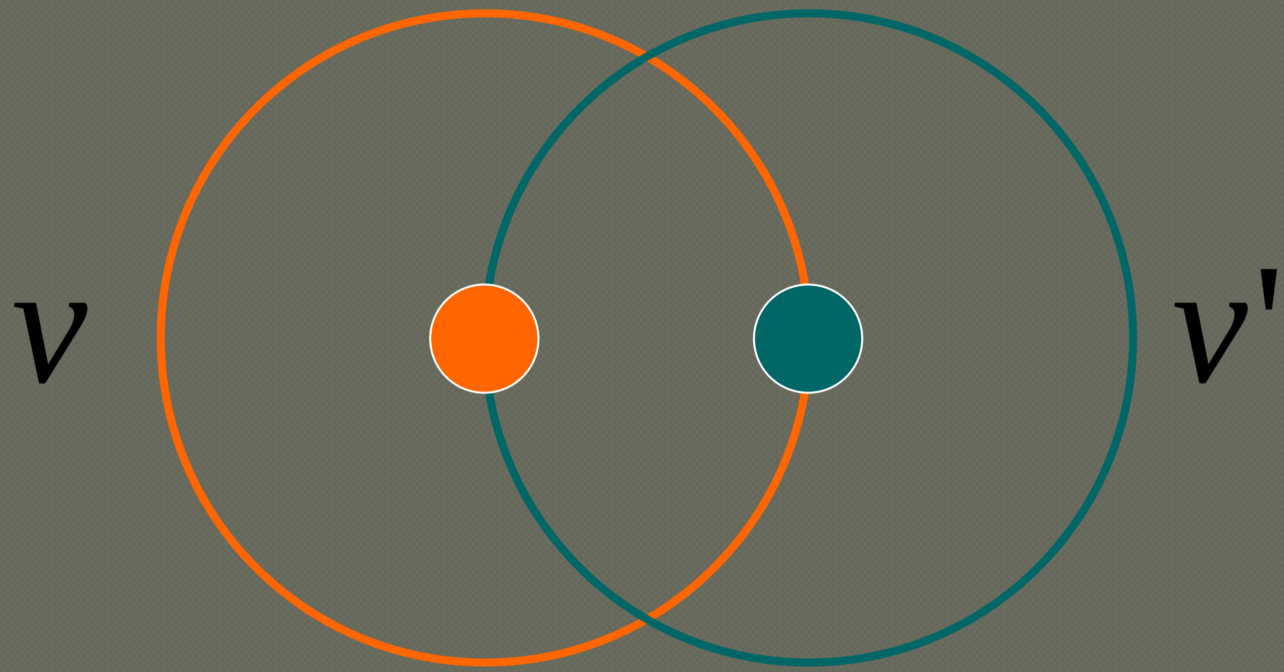


$$\omega = \omega_{vv'}$$

$$\omega_{vv'} = \left(\sqrt[D]{v} + \sqrt[D]{v'}\right)^D > v_+$$

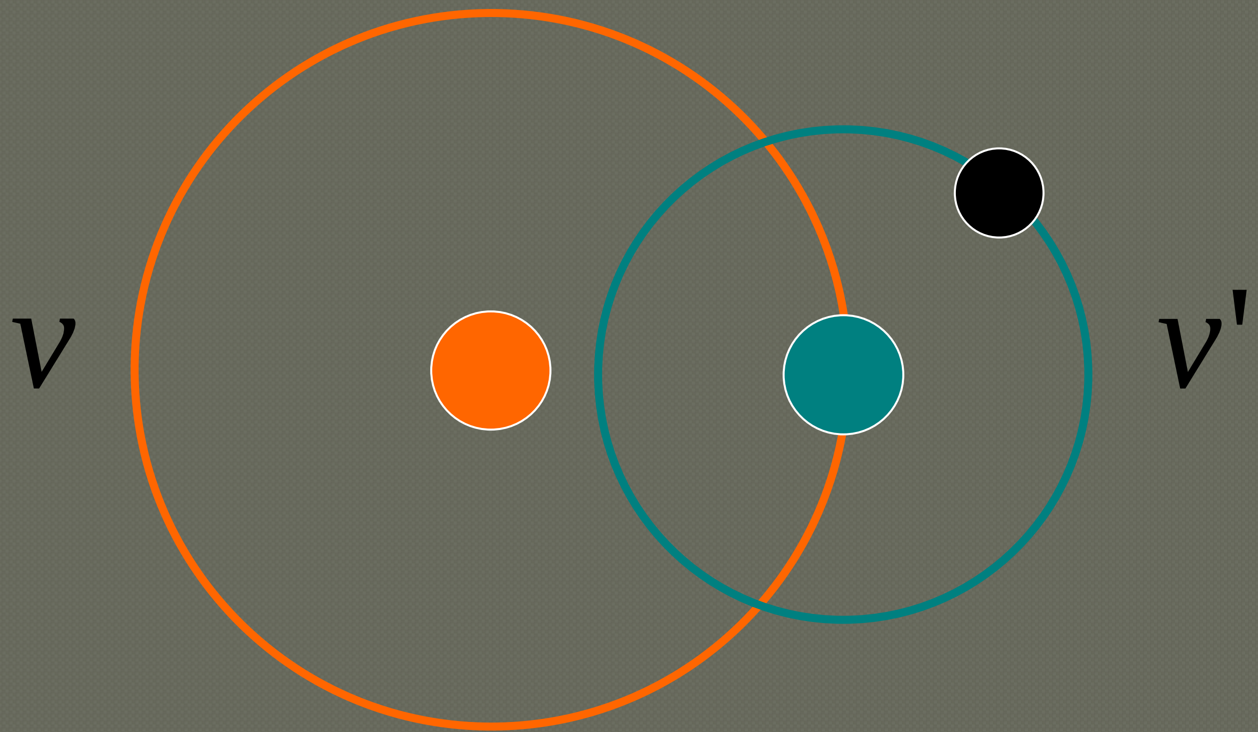
Clase (i): vecinos mutuos

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}'$$



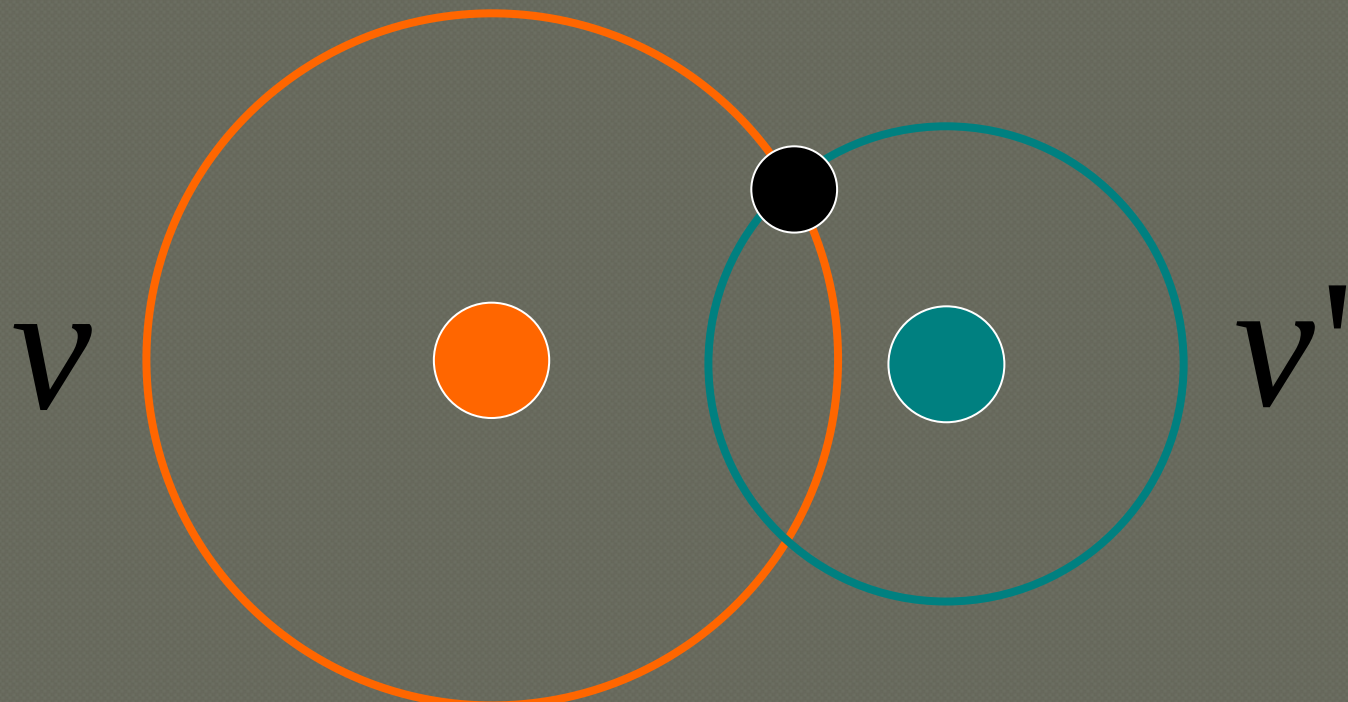
Clase (ii): primer vecino

$$\boldsymbol{\omega = v_+}$$



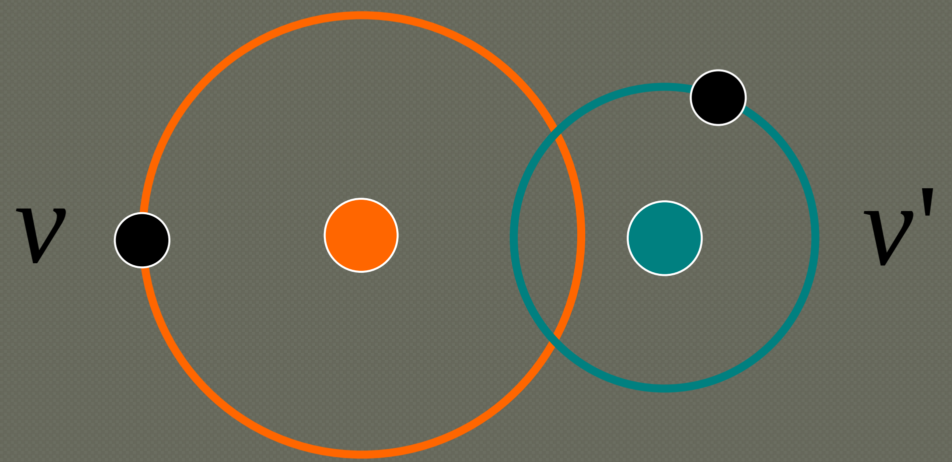
Clase (iii): primer vecino compartido

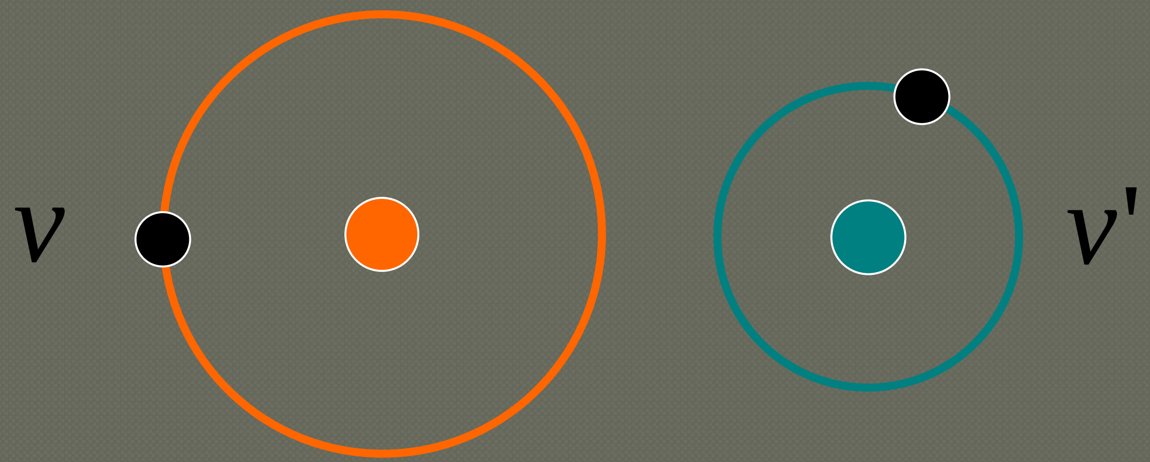
$$\boldsymbol{\omega} \in [\boldsymbol{v}_+, \boldsymbol{\omega}_{vv'}]$$



Clase (iv): otros

$$v_+ < \omega < \infty$$





Distribución de Poisson (aleatoria → gas ideal):

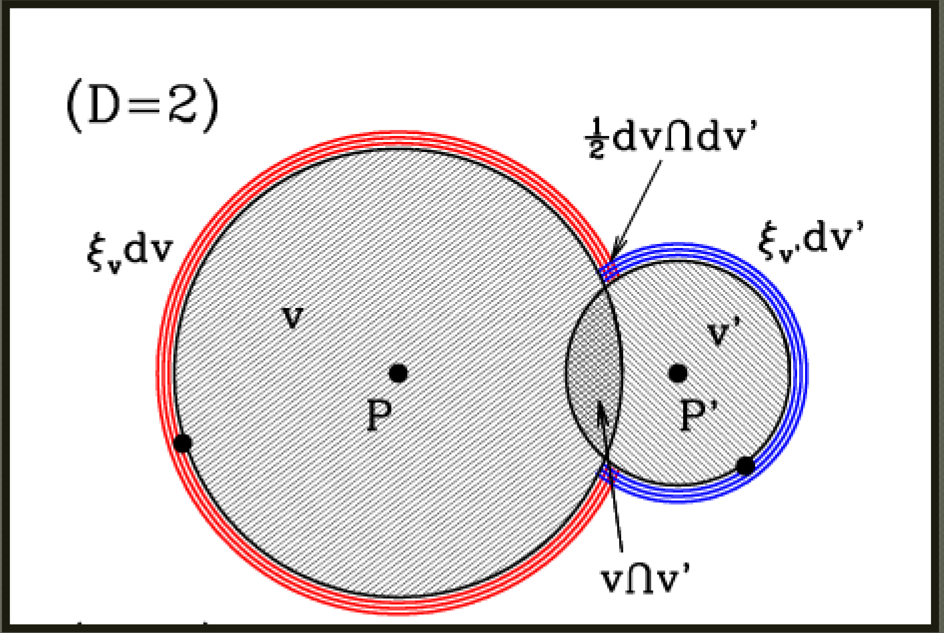
- ✓ $v =$ esfera cuyo radio es la distancia al vecino más cercano.
- ✓ $n_v = n^2 e^{-nv}$
- ✓ $g(\omega) = 1$

Propiedades fundamentales

- ✓ La probabilidad que un dado volumen Ω se encuentre vacío de elementos es: $e^{-n\Omega}$.
- ✓ La probabilidad de encontrar un elemento dentro de un volumen infinitesimal $d\Omega$ es $n\, d\Omega$.

Deducción analítica $g_{vv'}^{(iv)}(\omega)$

Schilling (1986) *Adv. Appl. Prob.*



a) La probabilidad $n\delta\omega$ que el punto P’ se encuentre entre las superficies ω y $\omega + \delta\omega$ centrado en P.

b) La probabilidad $n\xi_v\delta v$ de encontrar un vecino entre las superficies v y $v + \delta v$ centrado en P.

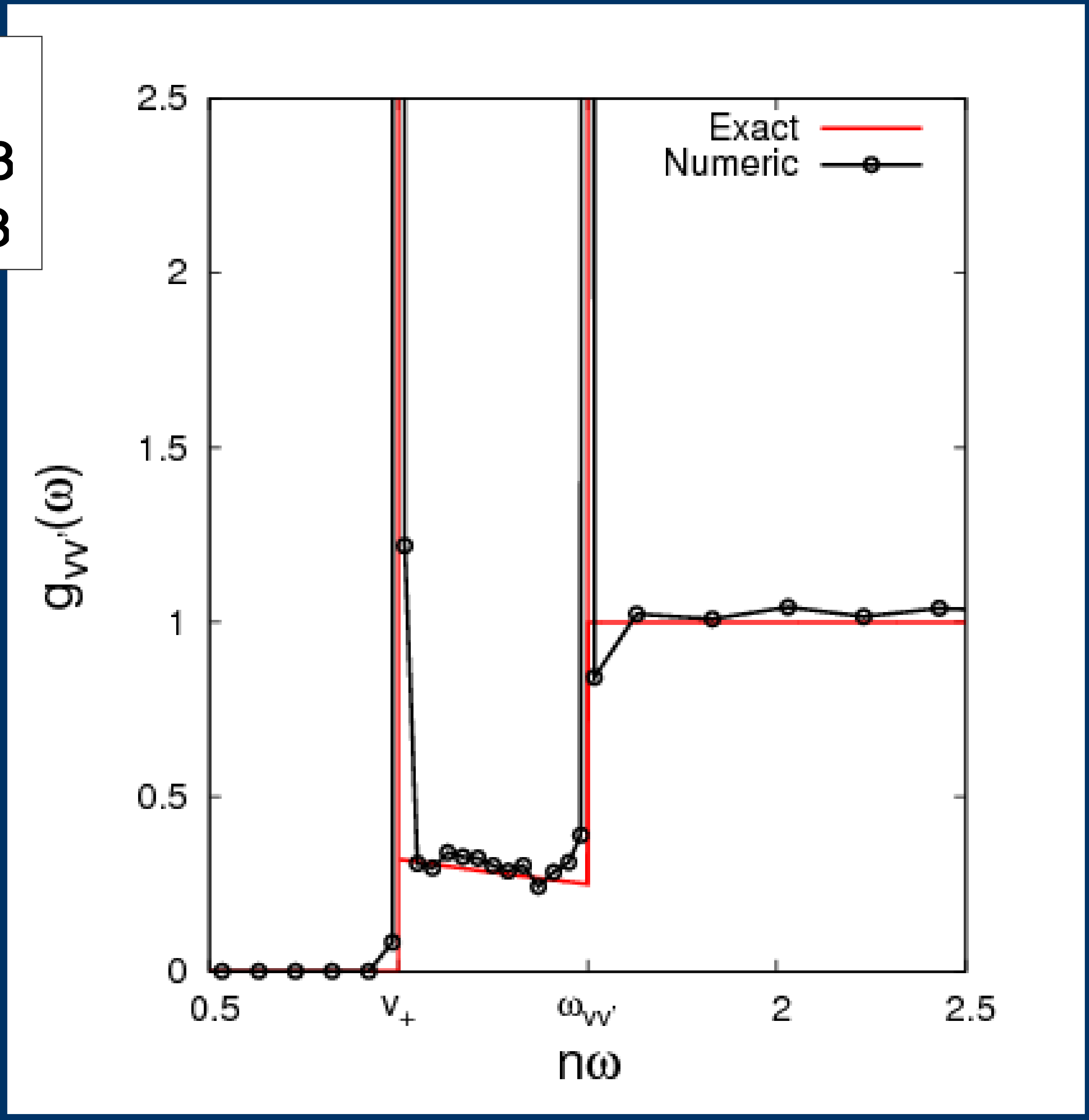
c) La probabilidad $n\xi_{v'}\delta v'$ de encontrar un vecino entre las superficies v' y $v' + \delta v'$ centrado en P’.

d) La probabilidad $e^{-nv\cup v'}$ que ningún elemento, aparte de P y P’, se encuentre en el volumen $v \cup v'$.

$$\delta p = e^{-nv\cup v'}(n\xi_v\delta v)(n\xi_{v'}\delta v')(n\delta\omega)\Theta(\omega - v_+)$$

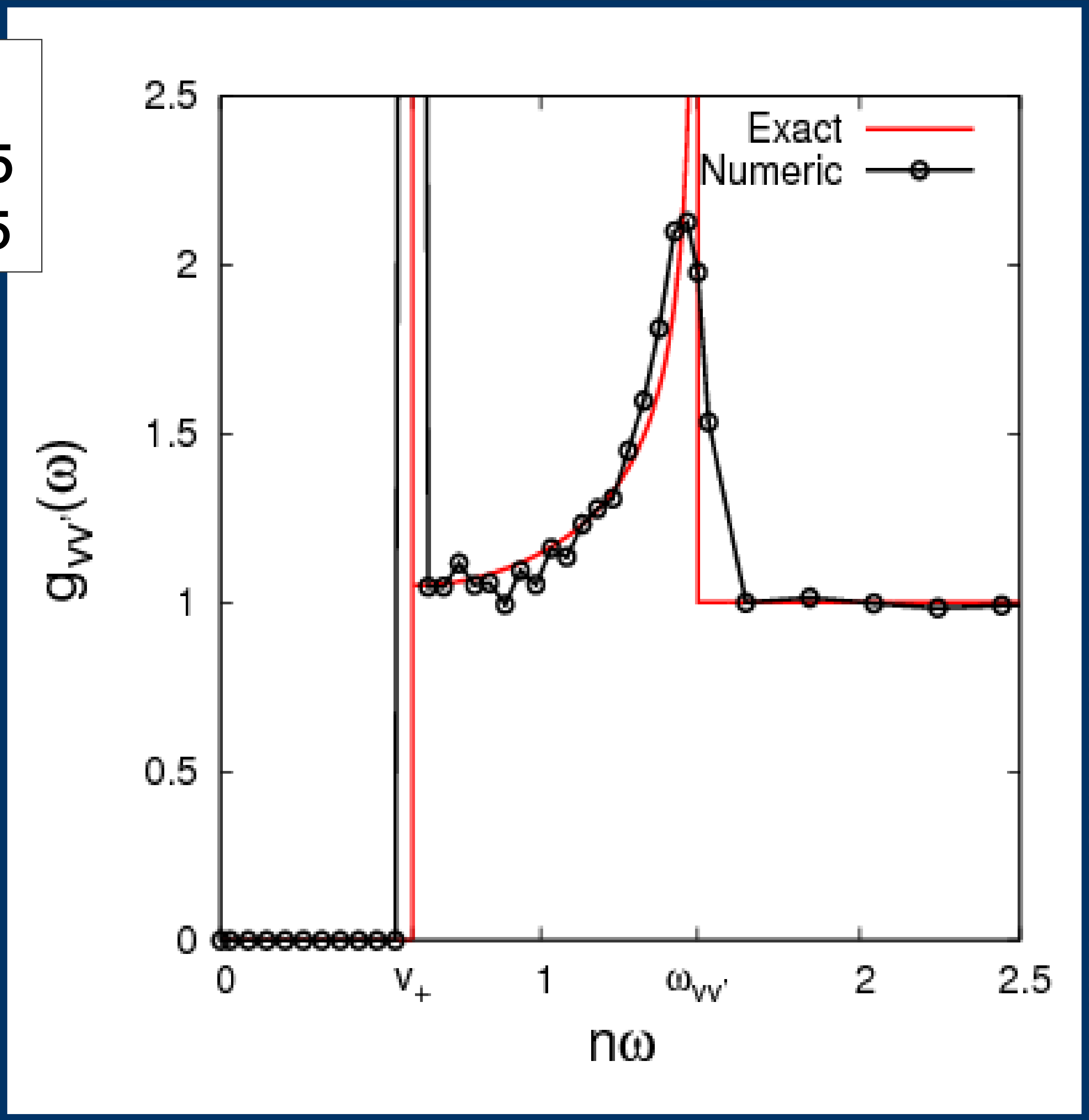
$g_{vv'}(\omega)$: d=1

10^7 *Partículas*
$v = 0.5 \pm 0.03$
$v' = 1.0 \pm 0.03$



$g_{vv'}(\omega)$: d=2

10^7 *Partículas*
$v = 0.2 \pm 0.025$
$v' = 0.6 \pm 0.025$

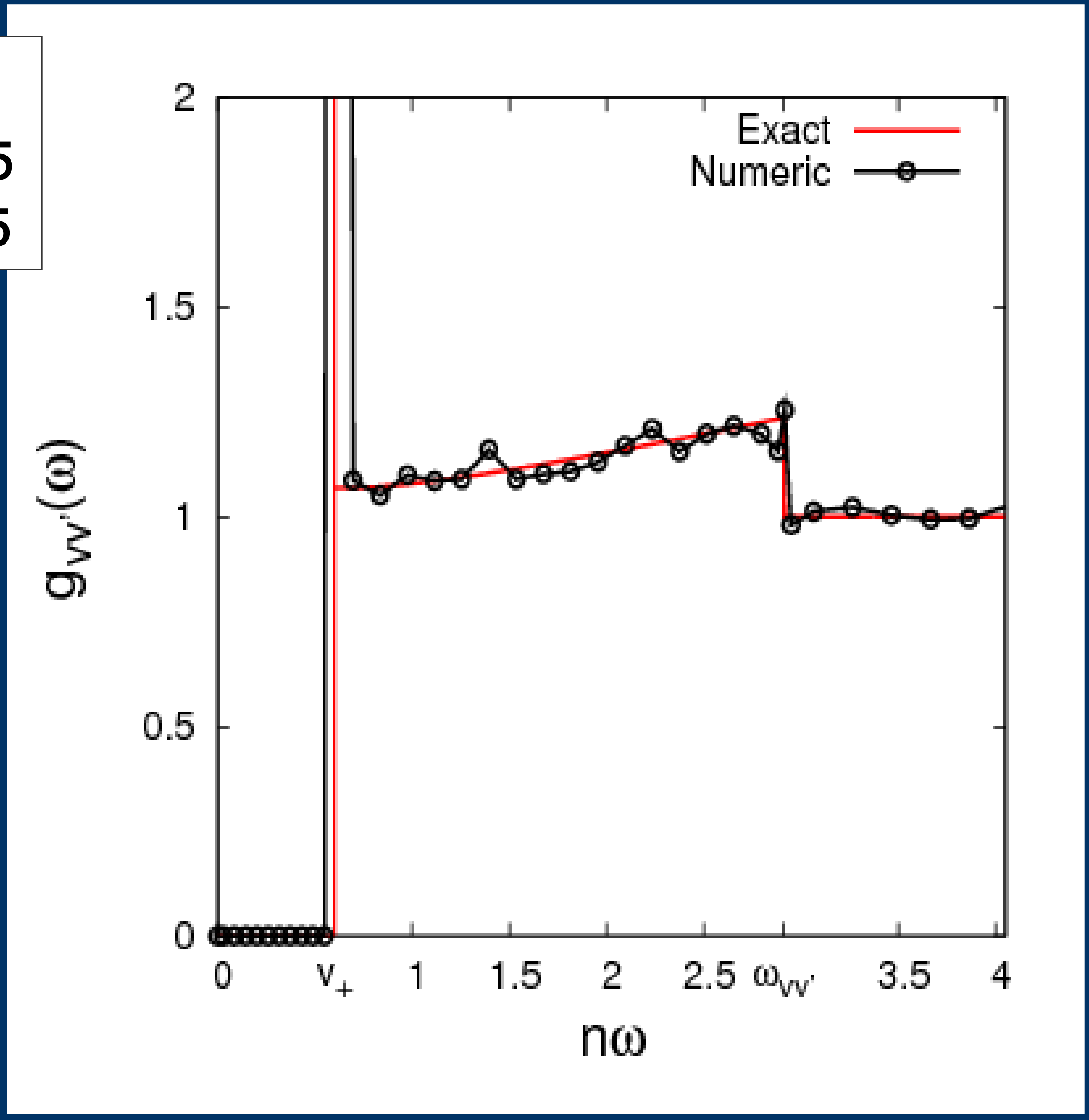


$g_{vv'}(\omega)$: d=3

10^7 *Partículas*

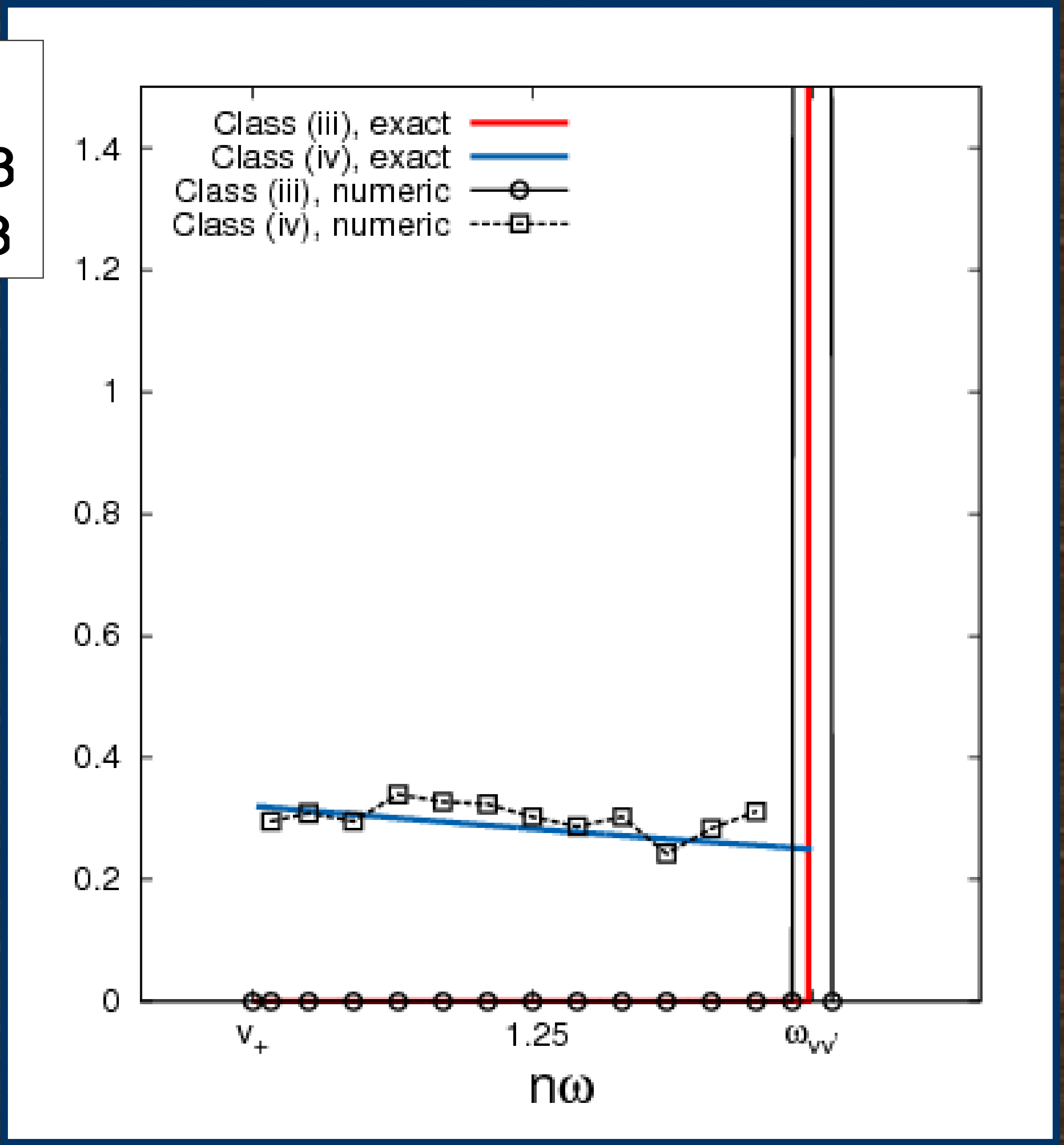
$v = 0.2 \pm 0.025$

$v' = 0.6 \pm 0.025$



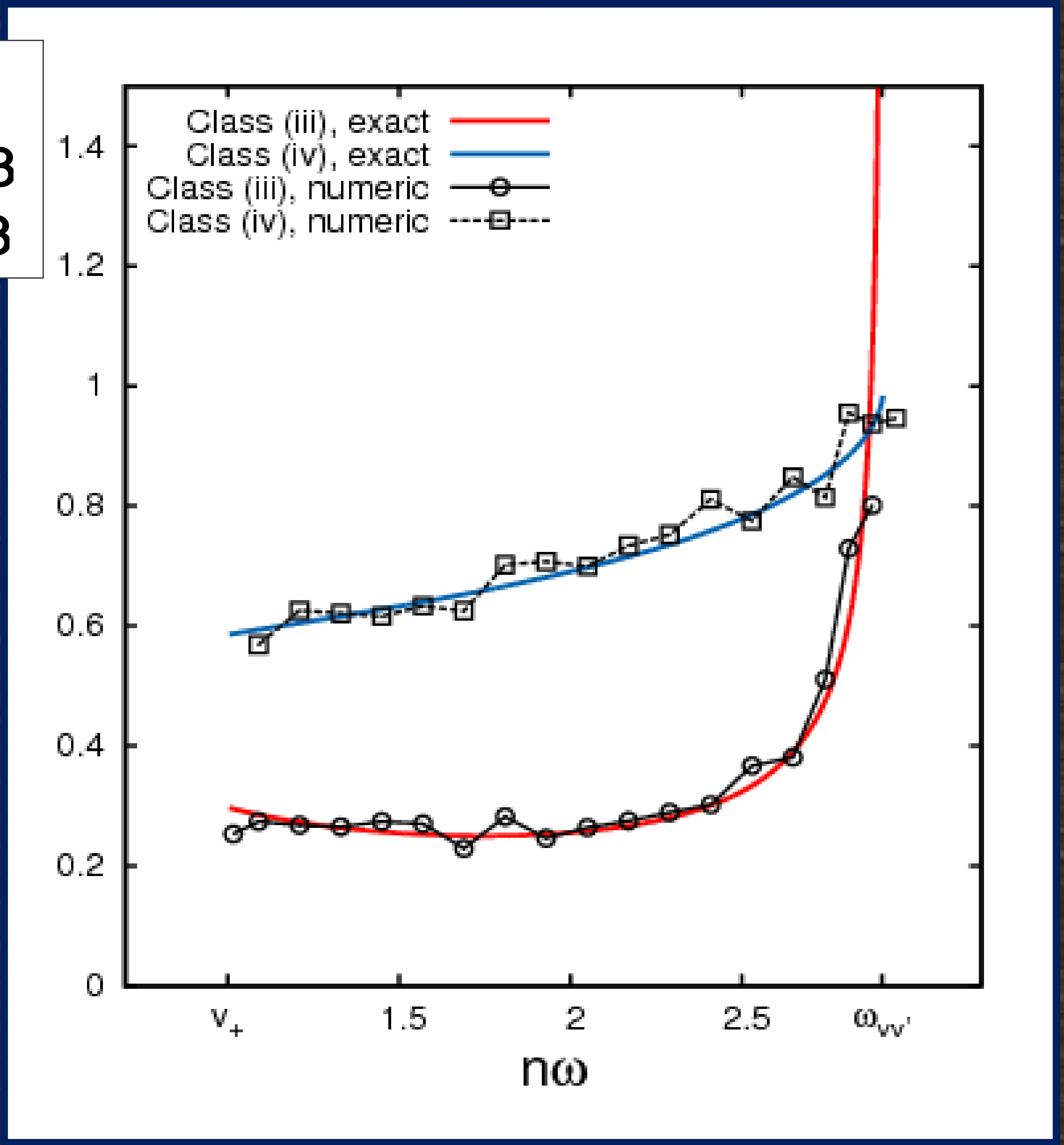
d=1: $\omega \in [v_+, \omega_{vv'}]$

10^7 *Partículas*
$v = 0.5 \pm 0.03$
$v' = 1.0 \pm 0.03$



d=2: $\omega \in [v_+, \omega_{vv'}]$

10^7 *Partículas*
$v = 0.5 \pm 0.03$
$v' = 1.0 \pm 0.03$

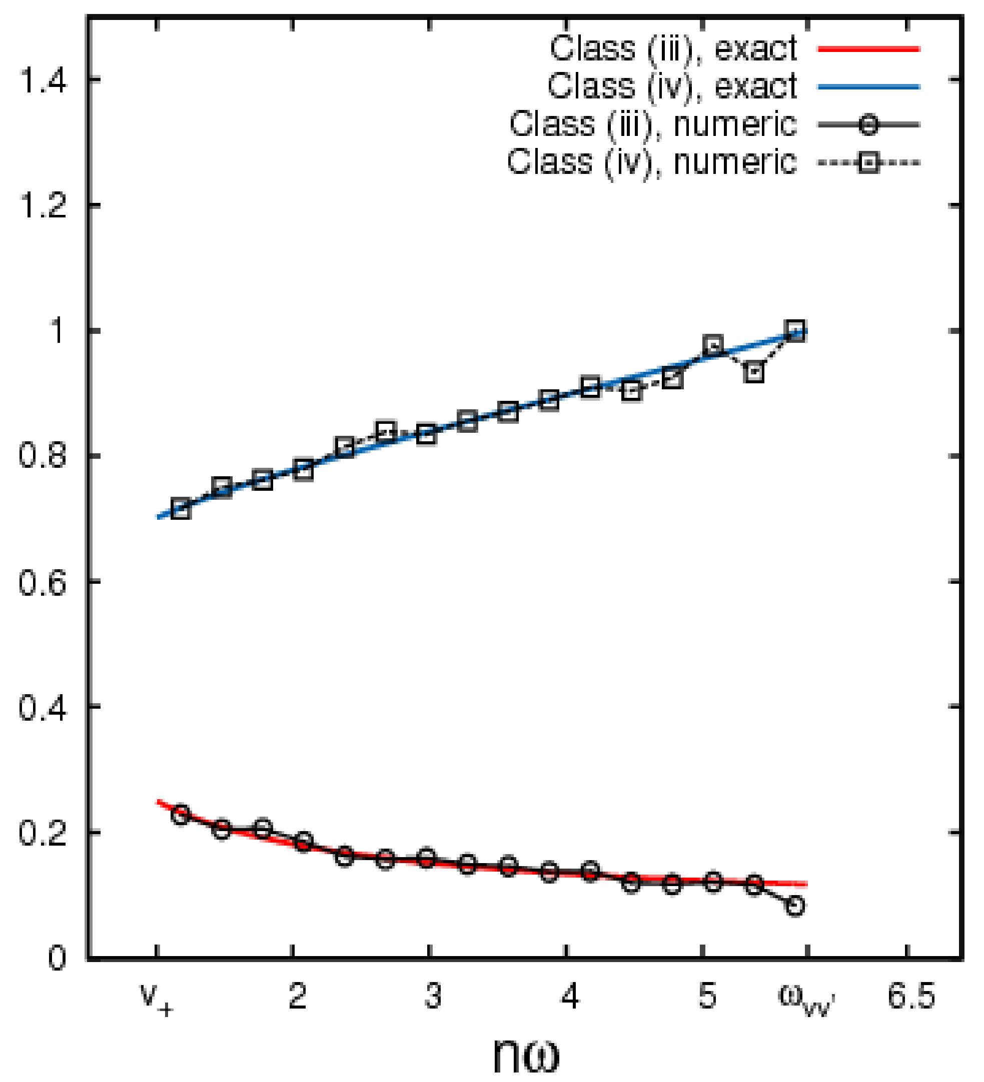


d=3: $\omega \in [v_+, \omega_{vv'}]$

10^7 *Partículas*

$v = 0.5 \pm 0.03$

$v' = 1.0 \pm 0.03$



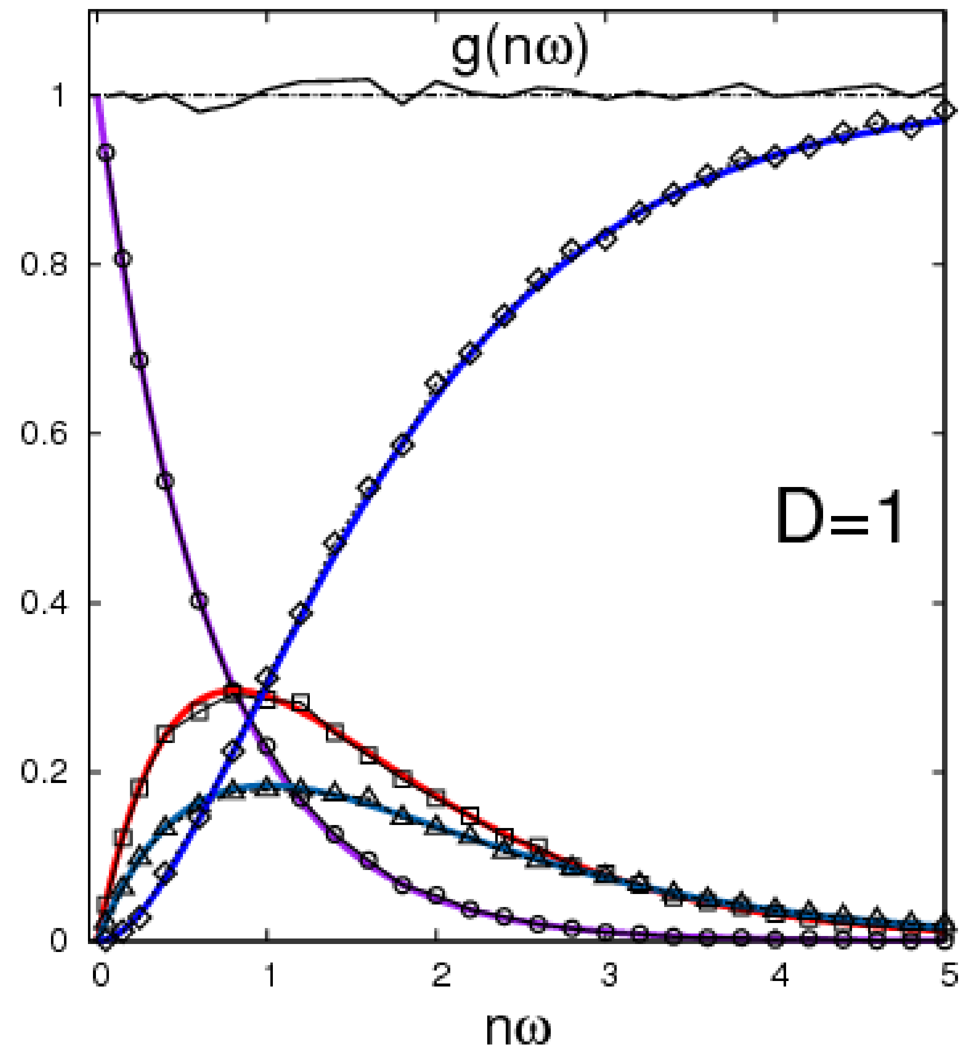
Relaciones entre las distintas contribuciones de las fdp:

$$g^{(\alpha)}(\omega) = \frac{1}{n^2} \iint_0^V n_v n_{v'} \, g_{vv'}^{(\alpha)}(\omega) dv dv'$$

- ✓ **Si conozco $g_{vv'}^{(\alpha)}(\omega) \rightarrow$ puedo obtener $g^{(\alpha)}(\omega)$.**

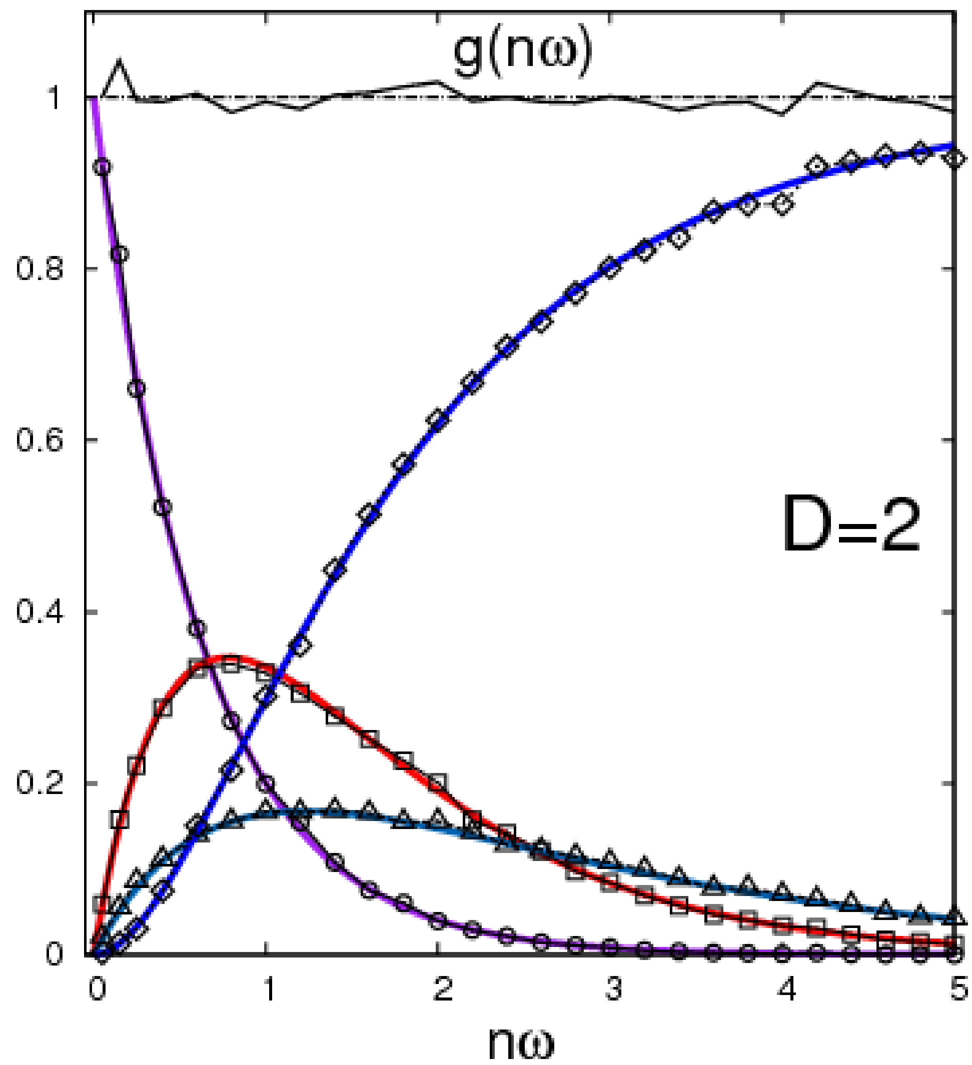
g(ω) desglosada

10^5 *Partículas*



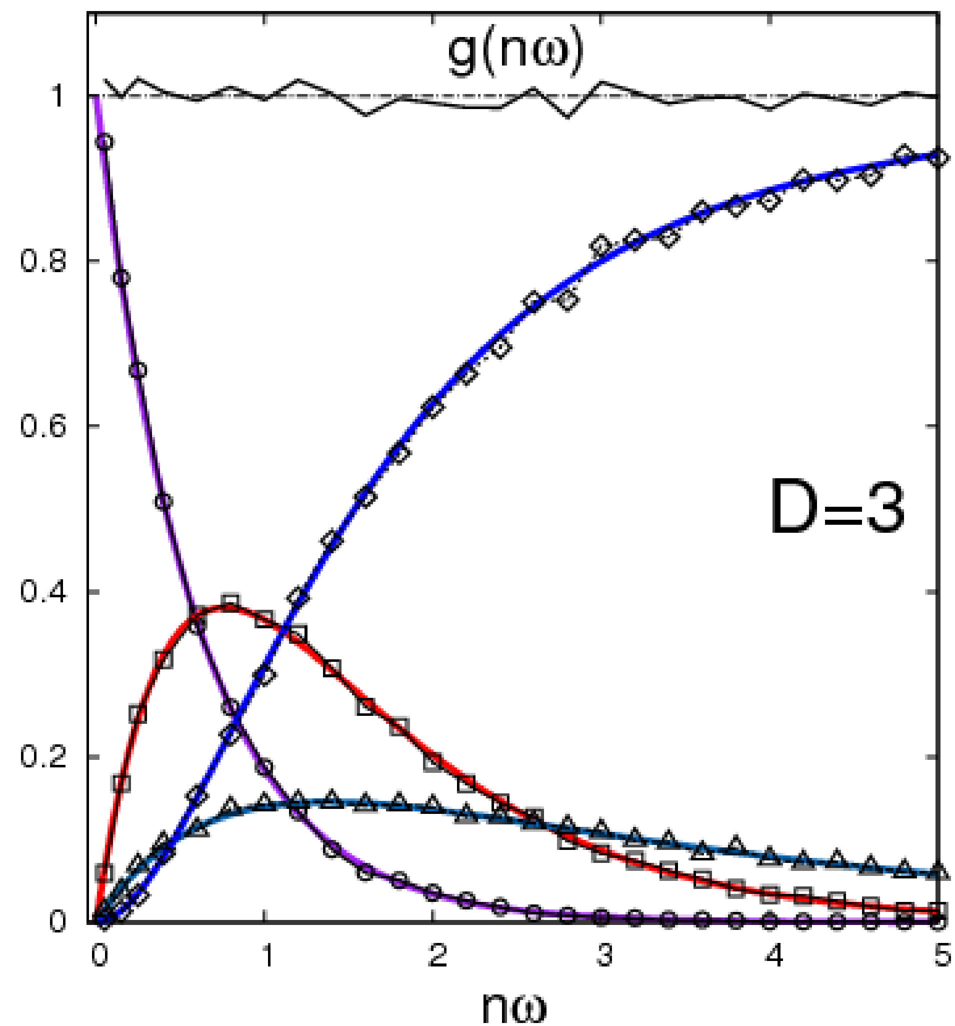
g(ω) desglosada

10^5 *Partículas*



g(ω) desglosada

10^5 *Partículas*



Conclusión:

- La función distribución de pares condicional ha sido deducida analíticamente de forma exacta para distribuciones de Poisson.

- El buen acuerdo de los resultados numéricos son un buen sustento al análisis teórico.

Anhelo de papá:

- Que esta novedosa función distribución de pares sea útil para otras ramas de la ciencia.

¡Muchos thank you!

¿Preguntas...?